



CENEVAL®

**Niveles de dominio en Habilidad matemática:**  
**LA ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN**  
**de ENLACE Media Superior**

Sandra Reyes Lüscher • Araceli Castillo Núñez  
Alejandra Zúñiga Bohigas • Rocío Llarena de Thierry



**MARCOS DE  
REFERENCIA**



CENEVAL®

**Niveles de dominio en Habilidad matemática:**  
**LA ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN**  
**de ENLACE Media Superior**

*Niveles de dominio en Habilidad matemática:  
la estrategia de evaluación de ENLACE Media Superior  
Marcos de referencia 5*

Sandra Reyes Lüscher  
Araceli Castillo Núñez  
Alejandra Zúñiga Bohigas  
Rocío Llarena de Thierry

*Niveles de dominio en Habilidad matemática:  
la estrategia de evaluación de ENLACE Media Superior  
Marcos de referencia 5*

D.R. © 2012, Centro Nacional de Evaluación  
para la Educación Superior, A.C. (Ceneval)  
Av. Camino al Desierto de los Leones 19,  
Col. San Ángel, Deleg. Álvaro Obregón,  
C.P. 01000, México, D.F.  
[www.ceneval.edu.mx](http://www.ceneval.edu.mx)

Diseño y formación: Alvaro Edel Reynoso Castañeda

Febrero de 2012

*Impreso en México • Printed in México*

Dirección General

*Rafael Vidal Uribe*

Dirección General Adjunta de los EXANI

*José O. Medel Bello*

Dirección General Adjunta de los EGEL

*Jorge Hernández Uralde*

Dirección General Adjunta de Programas Especiales

*Rocío Llarena de Thierry*

Dirección General Adjunta Técnica y de Investigación

*Lucía Monroy Cazorla*

Dirección General Adjunta de Operación

*Francisco Javier Apreza García Méndez*

Dirección General Adjunta de Difusión

*Javier Díaz de la Serna Braojos*

Dirección General Adjunta de Administración

*Francisco Javier Anaya Torres*

Dirección de Procesos Ópticos y Calificación

*María del Socorro Martínez de Luna*

Dirección de Tecnologías de la Información  
y las Comunicaciones

*Francisco Manuel Otero Flores*



<b>Introducción</b> . . . . .	7
<b>La “alfabetización” matemática: una habilidad para la vida</b> . . . . .	9
Las competencias matemáticas	13
Progresión de dificultad de las tareas matemáticas	18
<b>Experiencias de evaluación de la Habilidad matemática</b> . . . . .	21
Evaluaciones internacionales	21
TIMSS	21
NAEP	24
PISA	27
Evaluaciones en México	31
ACREDITA-BACH: Acuerdo 286 Bachillerato	31
Evaluación Nacional de Logro Académico	32
<b>ENLACE Media Superior</b> . . . . .	35
Definición de Habilidad matemática	38
Contenidos	39
Grupos de procesos cognitivos	40
Niveles de complejidad de los procesos	43
Aplicación	44
Calificación: Niveles de dominio	45
Resultados 2008-2010	47
<b>Comentarios finales</b> . . . . .	49
<b>Referencias</b> . . . . .	53



**E**n este cuadernillo se expone de manera sintética el proceso de definición y delimitación del constructo de Habilidad matemática y sus niveles de dominio, tal como se utilizan en la Evaluación Nacional de Logro Académico (ENLACE) para la Educación Media Superior.

Desde 2008 ENLACE ha permitido contar con un diagnóstico individual del desempeño de los sustentantes en su Habilidad matemática y su Habilidad lectora. Esta prueba fue desarrollada por el Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (Ceneval) a petición de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS); el responsable de su mantenimiento y actualización es el Centro, mientras que a la Secretaría de Educación Pública (SEP) corresponde su aplicación y calificación.

La prueba fue diseñada con referencia a criterio y se aplica de manera censal; además, se distingue por ser estandarizada, con reactivos de opción múltiple, de baja sensibilidad a la instrucción (porque evalúa habilidades generales, no un currículo en particular) y de bajo impacto (porque es una evaluación diagnóstica, sin consecuencias para los evaluados). Estas dos últimas características explican el porqué se ha insistido en evitar el uso de los resultados para sacar conclusiones acerca del sistema de bachillerato, los subsistemas, las escuelas o la calidad de la educación en las entidades federativas.

El enfoque pedagógico que guió el planteamiento conceptual y operacional de la prueba ENLACE se identifica de manera directa con la necesidad de una evaluación constante de habilidades básicas para la vida, que difunde la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) a través del Programa Internacional para la Evaluación de los Resultados de los Alumnos (PISA) desde 2000.

En la mayoría de las actividades diarias, diferentes conocimientos y habilidades relacionados con las matemáticas resultan esenciales para comprender y analizar el entorno, no solo en lo económico y lo tecnológico tan en boga, sino en lo social y lo cultural. Dicha universalidad responde entre otras cosas al carácter dual de las matemáticas, ya que permiten transformar en entidades concretas muchos de los razonamientos abstractos que ejecuta el individuo para clasificar y ordenar la realidad.

Uno de los principales propósitos de ENLACE Media Superior es generar un diagnóstico individual del nivel de dominio de cada sustentante en su Habilidad matemática. Estos datos, aunados a los que se han obtenido en la evaluación de la Habilidad lectora de los estudiantes, pretenden contribuir a las acciones del Sistema Nacional de Evaluación de la Educación Media Superior (SNEEMS), al proporcionar información que apoye la toma de decisiones y repercuta en la calidad de la educación.

En las siguientes páginas se explica el marco conceptual y los antecedentes de la prueba, así como los lineamientos metodológicos que implementó el equipo del Ceneval encargado de diseñar y construir el instrumento, durante el trabajo con los cuerpos colegiados que definieron la estrategia y el plan general de evaluación de ENLACE Media Superior, en particular para el área de Habilidad matemática. □□

Las matemáticas han protagonizado innumerables episodios de la historia de la cultura, la filosofía y la ciencia. Su origen y su desarrollo se identifican justamente con la fundación de civilizaciones y con las revoluciones científicas. Actualmente se les reconoce como indispensables en las actividades cotidianas y constituyen una herramienta fundamental en la toma de decisiones. Las habilidades y procesos matemáticos básicos son inherentes al propio pensamiento y lenguaje humanos: todos los individuos hacen uso de ellos cuando clasifican los objetos a su alrededor y cuando se vuelven partícipes de los códigos de comunicación que hacen posible la convivencia. Además, se requieren en actividades tan sencillas como categorizar, seleccionar entre diferentes opciones, comprender información proveniente de distintos medios, realizar ventas, pagos e intercambios, entre otras.

La necesidad de conocimiento y dominio de las aplicaciones matemáticas se incrementa día a día, tanto en lo personal como en la vida profesional. En prácticamente todas las ramas del saber se recurre a modelos matemáticos, entre otras cosas por la universalidad de los signos que utilizan y por la objetividad que representan. Añádase la influencia creciente de las actividades por computadora, cuyo modelo de desarrollo y ejecución está basado en mecanismos lógicos que subyacen a la misma matemática.

Niss (1995) ha señalado que “saber matemáticas” es un derecho universal, no solo porque toda persona debe tener acceso al saber, sino porque las matemáticas le permiten ejercer una ciudadanía activa, crítica y responsable. De igual modo, la importancia de promover la práctica y el perfeccionamiento de las habilidades matemáticas en el mundo actual es una prioridad para diversos organismos internacionales. Uno de ellos es la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Unesco), que además de patrocinar diversos programas de evaluación, apoya una exposición periódica llamada *¿Por qué las matemáticas?*<sup>1</sup> que busca sensibilizar al público acerca del

<sup>1</sup> Disponible en el sitio electrónico de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) <http://www.oei.es/noticias/spip.php?article4097>

papel de estas en la vida cotidiana, académica y laboral, y asimismo demostrar que son divertidas, interesantes y están al alcance de todos.

La accesibilidad y el carácter lúdico de las matemáticas resultan de especial relevancia siempre que se hable de ellas, en especial porque se ha difundido ampliamente la idea de que las matemáticas son una ciencia tan difícil que su dominio es exclusivo de unos cuantos. La formación matemática depende de la práctica y familiaridad con un conjunto de conocimientos y destrezas relacionados con las características básicas de los números y las operaciones, las ideas fundamentales de forma y espacio, el trabajo con medidas y nociones de incertidumbre, crecimiento y cambio (OCDE, 2000). Todos estos conceptos son de uso común y son accesibles desde los niveles básicos de educación, pero contar con las potencialidades y conocer los conceptos no es suficiente para desarrollar una “alfabetización matemática”, la cual se refiere a poseer la capacidad de hacer uso de los conocimientos y habilidades matemáticas para alcanzar un funcionamiento efectivo en el seno de la propia comunidad.

10

En este contexto, la enseñanza de las matemáticas debe proporcionar al estudiante las herramientas que le permitan tener una noción del mundo físico y social cada vez más clara y profunda, haciendo uso de los conceptos y procesos matemáticos, además de prepararlo para insertarse en el mundo laboral e integrarse en la sociedad como un ciudadano crítico y responsable (Chemello, 2001).

La intención pedagógica de vincular lo que sucede en el aula con las actividades que ocurren fuera de ella, ha revolucionado las tendencias en la enseñanza y la evaluación en las últimas décadas. El cambio más importante ha significado la eliminación del enfoque de enseñanza como mera transmisión del conocimiento, y el advenimiento de didácticas activas en que se reconoce el carácter dinámico de la construcción de la cultura y por lo tanto de los conceptos, los procedimientos, etcétera. La matemática se debe transmitir tal cual se desarrollaron los sistemas y modelos matemáticos en la historia, es decir, con el trabajo y el diálogo entre el maestro y los educandos, reconociéndose como un saber lógico que puede derivarse de la comprensión de sus bases y su aplicación en situaciones diversas.

En congruencia con este enfoque, en 2005 el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad Educativa (LLECE) y la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC) argumentaron la importancia de que las evaluaciones nacionales e internacionales se centren en el diagnóstico de habilidades concretas, de modo que se promueva la inclusión en el currículo escolar de elementos que apoyen a los estudiantes al enfrentar complicaciones familiares, en la toma de decisiones y en la resolución de situaciones problemáticas. Ya no se trata solo del éxito en la escuela, sino de preparar al alumnado para mejorar su calidad de vida personal y social (LLECE-SERCE, 2005).

La relación bidireccional entre prácticas pedagógicas y evaluación también se refuerza en pruebas como la de PISA, que actualmente lleva más de cuatro aplicaciones. Una de las razones para afirmar dicha relación es la visión educativa que promueve, la cual centra sus esfuerzos en brindar aprendizajes para la vida. En el caso de la prueba de matemáticas, el constructo que evalúa PISA es el de “alfabetización matemática” definida como “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OCDE, 2004).

Los resultados de PISA y otras evaluaciones internacionales similares como TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) muestran que la mayoría de las personas en los países participantes no alcanzan un nivel suficiente de “alfabetización matemática” para desenvolverse de manera autónoma en la sociedad del conocimiento. Además, ciertos datos corroboran un fenómeno generalizado en lo que concierne a la percepción negativa de las tareas matemáticas, ya que los individuos las encuentran muy difíciles y aburridas, a lo que hay que añadir las inseguridades que tienen respecto a su capacidad de resolución de problemas. Lo anterior es descrito por Paulos (1990), quien acuñó el término *anumerismo* para discutir e iniciar un tema de investigación relacionado con la incapacidad de las personas para manejar cómodamente los conceptos matemáticos fundamentales.

Uno de los objetivos principales de la educación y la evaluación en el ámbito de las matemáticas debe ser evitar el anumerismo y promover la “alfabetización matemática”, propósito que se ve favorecido por los marcos curriculares que han desterrado la mera repetición de ejercicios y la memorización de conceptos, y centran sus esfuerzos en proporcionar herramientas al alumnado para que reconozca y valore la funcionalidad de las matemáticas en la vida cotidiana.

Una de las estrategias puntuales en la consecución de ese objetivo es la organización didáctica y curricular congruente con la “matematización” de la que hablan Treffers y Goffree (1985). Ambos investigadores han llamado de esta manera a la capacidad de descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas, tomando como base los conocimientos y destrezas adquiridos en todos los ámbitos. Se puede afirmar que el estilo cognoscitivo humano tiende hacia la “matematización”, ya que el pensamiento organiza la realidad percibida mediante esquemas, ideas y conceptos que fueron teorizados por quienes más tarde llamaríamos matemáticos. Ejemplos de dichos esquemas son las jerarquías, las posiciones ordinales, las relaciones causa-efecto, premisa-conclusión, concepto-ejemplo, etcétera.

La OCDE y el Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo de España (INECSE) describen de la siguiente manera un ejemplo clásico de “matematización” que caracteriza el pensamiento y la conducta de un individuo al que se le presenta un problema para que lo resuelva:

1. Percibe un problema enmarcado en la realidad
2. Sistematiza el problema de acuerdo con conceptos matemáticos
3. Reduce el marco de realidad mediante procedimientos como la consideración de los rasgos más importantes de la situación, la generalización y la formalización
4. Prueba diversas aproximaciones y resuelve el problema
5. Da sentido a la solución matemática en términos de la situación real (OCDE e INECSE, 2003)

Algunas de las operaciones mentales mencionadas (la sistematización, la jerarquización, la clasificación y la discriminación) son comunes a cualquier rama del conocimiento, por ejemplo en las ciencias experimentales donde se requiere analizar datos y establecer conclusiones; igual en las ciencias sociales, que exigen seleccionar y jerarquizar información de acuerdo con un contexto dado. Sin embargo, en la disciplina matemática se practican en su forma más simplificada, entre otras cosas porque el desarrollo de las matemáticas se dio de la mano de la lógica (Eves, 1990). Esto ha ocasionado que tradicionalmente el estudio de esta ciencia favorezca más su parte formal, y que solo en décadas recientes se haya promovido como un saber más cercano a la vida cotidiana.

## Las competencias matemáticas

La posibilidad de movilizar el conocimiento que se posee ante una situación o tarea dada para obtener resultados eficaces en la resolución de problemas es el propósito central de las tendencias pedagógicas de mayor éxito en la actualidad; la mayoría de ellas se identifican con el “aprendizaje por competencias”.

Cullen (1997, citado en Barrantes y Araya, 2010) define las competencias como “complejas capacidades integradas en diversos grados, que la educación debe formar en los individuos para que puedan desempeñarse como sujetos responsables en diferentes situaciones y contextos de la vida social y personal, sabiendo ver, hacer, actuar y disfrutar convenientemente, evaluando alternativas, eligiendo las estrategias adecuadas y haciéndose cargo de las decisiones tomadas”.

El constructo de competencia implica una integración de distintos saberes. La Unesco ha destacado la importancia de que alguien competente se caracterice por dominar el “saber aprender”, el “saber hacer” y el “saber ser” (Jacques Delors, 1996).

Dichos saberes se identifican con términos utilizados comúnmente en el ámbito educativo (conocimientos, habilidades y actitudes, respectivamente).

Todos ellos se ponen en práctica de manera integrada al resolver situaciones en los entornos académico, profesional, personal y social. La noción de competencia implica concebir los tres componentes de manera integrada, lo que sugiere un cambio pedagógico ya que tradicionalmente han sido considerados como objetivos aislados de aprendizaje.

A partir de la aceptación mundial del concepto de competencia en los círculos académicos, se ha vuelto deseable que los resultados de las evaluaciones e investigaciones integren la dimensión cognoscitiva, procedimental y actitudinal tanto en los instrumentos como en sus análisis. De acuerdo con Pinto (1999), esto permite potenciar el carácter de aprendizaje complejo de la competencia, contextualizándolo con el factor metacognitivo que permite que se actúe con eficiencia y eficacia sobre algún aspecto de la realidad personal y social.

El proyecto Tuning (Tuning Educational Structures in Europe), en su marco referencial del año 2003, explica que se considera competencia a “una combinación dinámica de atributos en relación con conocimientos, habilidades, actitudes y responsabilidades, que describen lo que los alumnos son capaces de demostrar al final de un proceso”. Dicho proyecto tiene entre sus objetivos el de establecer estructuras comunes entre las instituciones académicas en cuanto a las estrategias de aprendizaje y evaluación, a través de la determinación de aquellas competencias –tanto genéricas como específicas de un campo temático– que son necesarias para acreditar un nivel educativo. En un principio, la iniciativa era exclusiva de la Unión Europea, pero ya se ha extendido a otros continentes.

En América Latina y en concreto en el área de evaluación que Tuning destina al campo de las matemáticas, los resultados muestran que las competencias “generales” –la capacidad de abstracción, de análisis y de síntesis– son consideradas como prioritarias para la vida estudiantil, laboral y social.

De acuerdo con la revisión bibliográfica y de fuentes electrónicas realizada por Garagorri (2007), la tipología más utilizada en el ambiente académico para nombrar las diferentes competencias las distingue entre “generales” o “transversales”, y “específicas” o “particulares”. La competencia específica hace referencia al saber hacer en una situación y contexto concreto, mientras que

una competencia transversal es susceptible de engendrar infinidad de conductas adecuadas en situaciones nuevas. En el ámbito escolar, las competencias generales o transversales son aquellas que son nucleares y comunes a todas las áreas disciplinares (por ejemplo, la competencia de localizar, interpretar y jerarquizar información); y las competencias específicas o particulares son las que se relacionan con cada área temática (por ejemplo, en el campo de las matemáticas, diseñar un procedimiento de resolución para un problema en específico que involucre el álgebra).

La Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) que se comenzó a implementar en México en 2008, comparte uno de los objetivos del Proyecto Tuning ya que intenta establecer un marco curricular común a todos los subsistemas de educación media superior. Para lograrlo se establecieron una serie de competencias genéricas y otras disciplinares como parte del perfil del egresado de bachillerato (SEMS, 2008).

En el planteamiento de la reforma y el trabajo de capacitación a los profesores, así como en la modificación de los planes de asignatura, las acciones están guiadas por este concepto de competencia: una integración de habilidades, conocimientos y actitudes para actuar en un contexto específico. Tal definición tiene diversas implicaciones en la formación de los estudiantes, por ejemplo, en el campo de las matemáticas ya es insuficiente la memorización de procedimientos y rutinas, pues también importa que se conozcan sus cimientos teóricos y que se promueva una actitud positiva ante la disciplina que fomente la aplicación de los principios básicos en situaciones diversas, dentro y fuera del salón de clases.

De acuerdo con las competencias específicas para las matemáticas establecidas por la reforma, estas deben permitir que el estudiante acreciente su creatividad y fortalezca el pensamiento lógico y crítico. La finalidad es que el estudiante cuente con la capacidad de argumentar y estructurar mejor sus ideas y resolver problemas de la vida cotidiana que están relacionados con las matemáticas (SEMS, 2008).

Las competencias establecidas nacionalmente como requisito en el acuerdo número 486 de la Secretaría de Educación Pública y la Subsecretaría de Educación Media Superior (2009)<sup>2</sup> son las siguientes:

El alumnado...

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal o matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Dichas competencias forman parte del perfil de egreso del alumnado de todos los bachilleratos incorporados a la SEMS, sin importar el tipo de subsistema pero con el respeto que merecen los objetivos particulares de cada uno. Los beneficios de un marco conceptual común son, entre otros, la posibilidad

<sup>2</sup> Documento disponible en: <http://www.reforma-iems.sems.gob.mx/work/sites/riems/resources/FileDownload/300/Acuerdo486.pdf>

de establecer estándares de calidad compartidos en todo el nivel educativo sin perder flexibilidad en las dinámicas de enseñanza. Esto es posible porque la enunciación de competencias, en contraste con la de temáticas o actividades particulares, permite que cada docente ajuste sus prácticas educativas sin necesidad de seguir una única corriente educativa o pertenecer a una institución en específico.

Un currículo orientado a competencias también prepara al estudiante para contar con habilidades que puede aprovechar en diferentes contextos. En el caso de las matemáticas, hacer un uso funcional de los saberes propios del área requiere de una gama de conocimientos y habilidades básicos que se aprenden en el contexto escolar y se practican dentro y fuera de él.

Es recomendable que la enseñanza de las asignaturas matemáticas, en conexión con el enfoque por competencias, se organice a partir de conceptos fundamentales y subsidiarios que ayuden a la formulación de categorías más amplias, y permitan planificar simultáneamente el tratamiento de contenidos procedimentales y actitudinales aplicables a problemas relacionados con sucesos sociales, naturales, científicos y tecnológicos. Por ello en las escuelas se organiza el área del conocimiento mediante asignaturas que guardan un orden lógico para su tratamiento; por ejemplo, el álgebra es un antecedente para la solución de problemas que se presentan en geometría, trigonometría y asignaturas subsecuentes (COSDAC, 2007).

En el proceso de aprendizaje de una disciplina como las matemáticas es necesario implementar programas que cuiden la secuencia en los contenidos, entre otras cosas porque temas precedentes permiten abordar conceptos que deben enseñarse posteriormente. La naturaleza jerárquica y multidimensional de las matemáticas debe tomarse en cuenta tanto en las estrategias de enseñanza como en las de evaluación.

## Progresión de dificultad de las tareas matemáticas

En nuestro país, la enseñanza de las matemáticas se está transformando al promover las competencias básicas de la disciplina, entendiendo las tareas y procesos matemáticos como habilidades para la vida y no solo de interés académico. En el caso de la educación media superior destacan los lineamientos de asignatura de los bachilleratos tecnológicos que establecen un objetivo principal: promover una “formación matemática para el funcionamiento efectivo en la sociedad moderna”, lo que conlleva “la habilidad para pensar y trabajar matemáticamente, incluyendo la creación de modelos y la solución de problemas”, de modo que se puedan aplicar los conocimientos y destrezas aprendidos en el aula “en una amplia variedad de contextos personales, sociales y de trabajo” (COSDAC, 2007).

18

Lo anterior implica que el profesor sea capaz de hacer uso de estas diversas actividades de aprendizaje: dinámicas, ejercicios y evaluaciones basados en la resolución de problemas, presentación de proyectos, crítica de lecturas, tareas y autoevaluaciones.

La diversificación de las actividades de enseñanza responde a la heterogeneidad de tareas y procesos matemáticos a los que puede acceder un estudiante de nivel medio superior, tareas cuya complejidad se acrecienta y cuya aplicación es factible en distintas combinaciones para solucionar problemas.

En comparación con el alumnado de educación básica, los individuos que cursan el bachillerato y se preparan para ingresar al mercado de trabajo o para proseguir sus estudios, están en condiciones de desarrollar tareas de dificultad progresiva que exijan poner en práctica su conocimiento acerca del alcance y los límites de los conceptos matemáticos, la comprensión y la evaluación de los argumentos matemáticos, la capacidad de proponer problemas matemáticos y elegir modos de representar cada situación (COSDAC, 2007).

De acuerdo con Treffers (1987), los procesos cognitivos involucrados en los problemas matemáticos se caracterizan por implicar uno o ambos tipos de matematización, ya sea horizontal o vertical. La *matematización horizontal* se

refiere a la conversión (o al traslado) de un problema real a un sistema matemático; incluye la identificación de las matemáticas específicas en contextos generales; esquematizar, formular y visualizar el problema de diferentes modos; descubrir relaciones y regularidades; reconocer similitudes en distintos problemas, y traducir el problema real a uno matemático. La *matematización vertical* se relaciona con actividades tales como representar una relación mediante fórmulas; ajustar, refinar, combinar e integrar diferentes modelos de representación; argumentar y generalizar (Pajares, Sanz y Rico, 2004).

Freudenthal (1991) aclara que el hecho de que la actividad matemática de una persona sea llamada “vertical” u “horizontal” depende tanto de los procesos matemáticos involucrados como de la extensión de la realidad matemática de la que es capaz cada individuo. Esto implica que la frontera entre matematización vertical y horizontal también debe ser evaluada desde el punto de vista del “actor”. Por ejemplo, una actividad matemática de rutina para un estudiante puede representar un caso de matematización horizontal; sin embargo, si la misma forma de simbolización involucra una nueva invención para otro estudiante, la matematización vertical resulta implicada. La matematización vertical se identifica claramente si un estudiante reemplaza explícitamente su método de resolución, y describe sus acciones reconociéndolo como más sofisticado o mejor organizado.

En su afán de que los procesos evaluativos sean también un ejercicio de autorregulación, Giménez (2006) recomienda que se trabaje con tareas en distintos niveles, el objetivo es hacer a los sustentantes más sensibles a la progresión de dificultad y la diferenciación entre tareas y ejercicios, para que sean capaces de identificar sus debilidades y también el camino que hay que seguir, de manera que aumente poco a poco el dominio de la habilidad matemática. La propuesta del autor es organizar los ejercicios de modo que primero se presenten situaciones de reproducción de esquemas y fórmulas aprendidas de forma memorística, así se inicia con el ejercicio de habilidades mecánicas. Después hay que encarar problemas que impliquen la integración de diferentes procedimientos, para lo cual se requieren operaciones mentales de comprensión y

aplicación más complejas. En un tercer nivel se ubicarían situaciones que exijan generalizar el conocimiento y usar procedimientos en contextos distintos de aquellos en que se ha aprendido; para el evaluador, lo interesante en este tipo de tareas es descubrir a qué grado el sustentante puede dilucidar el valor de una propiedad matemática que se pone en funcionamiento.

▣▣ **Tabla 1. Tareas matemáticas académicas y de la vida real.**  
Basada en las aportaciones de Treffers

Matemáticas académicas	Matemáticas de la vida real
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación y relación. Producción de regularidades</li> <li>• Definición y ajuste de modelos</li> <li>• Combinación e integración de modelos</li> <li>• Generalización entre medias y fórmulas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificación de matemáticas específicas en contextos generales</li> <li>• Esquematización</li> <li>• Formulación y visualización de problemas</li> <li>• Descubrimiento de relaciones y regularidades</li> <li>• Reconocimiento de similitudes entre diferentes problemas</li> </ul>
Fuente: Diez, 2000.	

En el caso de la prueba ENLACE Media Superior, se tomó en cuenta la progresión de dificultad; además, desde que se comenzó con el diseño de la prueba, se planteó la necesidad de presentar problemas en los que se resolvieran operaciones matemáticas simples y complejas, con ejercicios parecidos a los que se plantean en el aula, pero también con otros menos comunes o estructurados, similares a los que enfrentará en diferentes contextos. En estas situaciones, el alumnado tiene que analizar el procedimiento por seguir y la técnica matemática que debe aplicar para solucionar los problemas. Lo anterior se ve reflejado en la definición de los procesos que evalúa la prueba ENLACE Media Superior, los cuales se describirán en el apartado de grupos de procesos cognitivos. ▣▣

La vida académica se caracteriza por la evaluación continua en el salón de clases. Sin embargo, en las últimas dos décadas se han impulsado otros tipos de evaluación que fortalecen la calidad educativa, como las que se realizan con pruebas estandarizadas de alcance regional, nacional e incluso internacional. Entre estas evaluaciones destacan las iniciativas centradas en la medición de habilidades concretas relacionadas con competencias generales que ayudan al individuo a utilizar los conceptos escolares más allá del aula.

A continuación se reportan las pruebas dedicadas particularmente al campo de las matemáticas que ofrecen orientaciones importantes para los interesados en la evaluación y que fueron básicas para el planteamiento de la estrategia que sigue ENLACE Media Superior.

### Evaluaciones internacionales

#### *Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)*

Desde 1995 el *Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias* (TIMSS, por sus siglas en inglés) de la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Académico (IEA) ha obtenido datos acerca del logro académico en matemáticas durante la educación básica en distintos países, con el fin de mejorar la enseñanza y el aprendizaje en esta área.

Más de 50 naciones han participado en el programa, incluyendo países latinoamericanos. México participó en el levantamiento de datos de la primera aplicación (1995), y aunque los resultados obtenidos por los alumnos mexicanos no fueron publicados por la IEA, sí han sido incluidos en las bases de datos y estadísticas de las instituciones educativas nacionales. Hasta la fecha TIMSS ha sido aplicado en cuatro ocasiones cada cuatro años (además de una aplicación especial para estudiantes sobresalientes, “TIMSS advance”, realizada en 2008). A finales de 2010 se comenzó la quinta aplicación, la cual se completará en 2011, con el objetivo de que todos los estudiantes sean evaluados al final del

ciclo escolar. Este estudio contará con la participación de 520,000 estudiantes de países tan diversos como Armenia, Canadá, Chile, Egipto, Estados Unidos, Honduras, Ghana, Indonesia, Nueva Zelanda y Taiwán, además de la mayoría de las naciones europeas y del Medio Oriente.

TIMSS utiliza un marco de referencia en donde el concepto de *currículum* se emplea de manera amplia para considerar, además de aquello que los sistemas educativos plantean como objetivos de enseñanza, lo que se imparte en realidad dentro de las aulas y tiene impacto en su vida cotidiana.<sup>3</sup> En el caso de matemáticas, TIMSS se enfoca en los conocimientos y habilidades que un estudiante debe tener en cierto nivel educativo, partiendo de la conjunción de las similitudes entre los planes curriculares, filosofías y corrientes pedagógicas de los países involucrados en el programa.

En el programa se evalúan las habilidades matemáticas de alumnos de los grados básicos 4° y 8° y sus equivalentes internacionales; el 12° grado —que corresponde al bachillerato en México— únicamente fue evaluado en 1995. Las pruebas están organizadas de acuerdo con las áreas de contenido y los dominios cognitivos que caracterizan a un “currículum internacional”.

La definición de los dominios cognitivos respeta la jerarquización de dificultad propia de las matemáticas. En un primer dominio se encuentra el conocimiento de hechos y procedimientos, el segundo exige la aplicación de los conceptos involucrados, y las tareas del tercer dominio se caracterizan por la exigencia de un razonamiento complejo para construir soluciones después de integrar conocimientos, conceptos y procedimientos.

Los dominios de contenido encierran las áreas matemáticas que los sustentantes deben dominar: Números, Álgebra, Geometría y Datos, los cuales contienen subtemas que hacen más específicas las temáticas de los problemas asociados a cada dominio:<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Ver <http://www.sectormatematica.cl/timms/TIMSS2003.pdf>

<sup>4</sup> La descripción de estos dominios se encuentra en [http://timss.bc.edu/timss2007/PDF/T07\\_TR\\_Chapter2.pdf](http://timss.bc.edu/timss2007/PDF/T07_TR_Chapter2.pdf)

En la tabla 2 se muestra el porcentaje de reactivos que, de acuerdo con los lineamientos comunes, conforman una evaluación completa de la habilidad matemática en TIMSS.

▣ Tabla 2. Porcentajes de evaluación TIMSS 2007<sup>5</sup> y 2009

Dominios de contenido	Cuarto curso %	Octavo curso %
Números	50	30
Álgebra	—	30
Geometría*	35	20
Datos	15	20
Dominios cognitivos		
Conocimiento	40	35
Aplicación	40	40
Razonamiento	20	25
*En cuarto grado este dominio se conoce como Geometría, forma y medición.		

La aplicación de las pruebas TIMSS es de tipo matricial, con al menos 4,500 alumnos en cada país. El instrumento se distribuye en 24 bloques temáticos, 12 de matemáticas y 12 de ciencias, divididos a su vez en 14 cuadernillos de aplicación, que se reparten de manera aleatoria entre los miembros de la muestra. Este procedimiento se ocupa tanto para el 4° como para el 8° grado.

En 2007 –la aplicación más reciente de la que se tienen datos completos–, los resultados de la prueba se ubicaron en una escala de 0 a 700 puntos. Para los reportes, dicha escala se dividió en cuatro rangos:

- Bajo (menor a 400 puntos): Los estudiantes poseen un conocimiento matemático meramente básico

<sup>5</sup> Información disponible en: [http://timss.bc.edu/TIMSS2007/PDF/T07\\_M\\_IR\\_Chapter2.pdf](http://timss.bc.edu/TIMSS2007/PDF/T07_M_IR_Chapter2.pdf)

- Intermedio (de 401 a 475): Los alumnos pueden aplicar conocimiento matemático en situaciones directas
- Alto (de 476 a 550): Los estudiantes pueden aplicar conocimientos y comprensión de elementos matemáticos para resolver problemas
- Avanzado (de 551 a 625): Los alumnos pueden resolver problemas matemáticos en situaciones complejas y explicar el razonamiento utilizado.

Los resultados informan acerca de las tendencias en el rendimiento de los estudiantes de una nación, tanto en las áreas generales de matemáticas y ciencias como en los principales dominios de contenido de las materias. Puesto que cada estudiante responde únicamente una parte de la evaluación global, se combinan los resultados individuales para obtener una visión general de los resultados para cada país; esto ocasiona que no haya retroalimentación a cada estudiante. Los datos recopilados dan cuenta del nivel general que caracteriza a las naciones participantes. El objetivo es hacer comparaciones entre distintas economías, organizaciones y currículos nacionales —entre otras variables—, para lo cual se combina la información con datos obtenidos en cuestionarios de contexto.

La información obtenida en 2007 muestra que, internacionalmente, 23% de los alumnos se encuentran en el nivel bajo, mientras que 41%, 21% y 5% alcanzaron los rangos intermedio, alto y avanzado, respectivamente. Países asiáticos como Singapur y Japón son los que presentan una mayor cantidad de sustentantes en el nivel avanzado; además, resulta interesante que aquellos participantes que reportan tener un gusto por las matemáticas y un entorno familiar en que se refuerzan las actitudes positivas hacia el estudio, son los que obtienen mejores resultados.<sup>6</sup>

### ***National Assessment of Educational Progress (NAEP)***

La Evaluación Nacional del Avance Educativo (NAEP, por sus siglas en inglés) es un estudio hecho por el Centro Nacional para las Estadísticas en Educación de Estados Unidos (NCES). Consiste en evaluar cada tres años al alumnado

---

<sup>6</sup> Resultados y notas periódicas disponibles en <http://timss.bc.edu/timss2007/release.html>

de 4°, 8° y 12° grado de educación en ese país (equivalentes a los grados 4° de primaria, 2° de secundaria y 3° de preparatoria en el sistema mexicano, respectivamente). Este programa realiza tres estudios: NAEP nacional, NAEP distrital y un estudio longitudinal de tendencia. En el primero únicamente se evalúa a los alumnos en 4° y 8° grado, y los otros dos evalúan a alumnos en el 12° grado.

Los campos de conocimiento que se evalúan son matemáticas, lectura, ciencia y escritura. La finalidad es obtener datos acerca del avance educativo estadounidense, y favorecer estudios de tipo longitudinal. En los últimos años, políticas públicas (federales o estatales) han tomado en cuenta la información que arroja el estudio.

La evaluación de matemáticas de NAEP no se ajusta a algún marco curricular, entre otras cosas porque se busca responder las siguientes preguntas: ¿qué matemáticas deben ser enseñadas en el aula? y ¿cómo? Los contenidos de la prueba nacional y la distrital se actualizan constantemente, mientras que el contenido del estudio longitudinal mantiene temas generales para asegurar la validez de las comparaciones.

Hasta 2009 se había utilizado un marco común para evaluar los tres grados. Sin embargo, actualmente se ha propuesto un marco referencial distinto para el 12° grado. La población evaluada se elige a través de muestreos en cada localidad, estado y distrito, en lugar de utilizar a la población total de la nación.

El marco de trabajo de NAEP mide la habilidad matemática a través de reactivos de respuesta cerrada y abierta que cubren cinco contenidos: Propiedades numéricas y operaciones (comprensión del concepto de número y capacidad de cómputo), Medición, Geometría, Análisis de datos, estadística y probabilidad, y Álgebra; y organiza los ítems por grado de complejidad (baja, media y avanzada). En la tabla 3 se presenta el porcentaje de reactivos asignado a cada uno de los contenidos en el 12° grado (que equivale al nivel bachillerato en México). Dichos reactivos pueden ser de opción múltiple o de respuesta construida.

▣ Tabla 3. Porcentaje de reactivos por área de contenido.  
Evaluación NAEP 2009 para 12° grado<sup>7</sup>

Área de contenido	Porcentaje de reactivos para el 12° grado
Propiedades numéricas y operaciones	10
Medición/Geometría	30
Análisis de datos; estadística y probabilidad	25
Álgebra	35

En esta prueba la complejidad matemática depende de factores asociados a la habilidad matemática –comprensión conceptual, conocimiento procedimental y resolución de problemas– y, por otro lado, de habilidades más genéricas que se categorizan como “poder matemático”: razonamiento, conexiones y comunicación. Para evaluar toda la gama de tareas matemáticas, el test completo consta de 348 reactivos divididos en 22 secciones; la aplicación es matricial y los estudiantes contestan en sesiones de 25 minutos.

26

La escala de calificación para el NAEP nacional se ubica entre 0 y 300 puntos. Los resultados permiten conocer la puntuación neta del sustentante en dicha escala (compuesta por las cinco áreas de contenido matemático), así como el nivel de dominio que describe las habilidades y conocimientos que caracterizan al alumnado con determinada puntuación (NCES, 2010):

- Básico (de 141 a 175 puntos): Los estudiantes pueden realizar procedimientos que requieren una aplicación directa de conocimientos y procedimientos en un contexto familiar
- Eficiente (de 176 a 215): Los alumnos son capaces de seleccionar estrategias y de integrar conceptos y procedimientos para la solución de problemas
- Avanzado (de 216 a 300): Los estudiantes demuestran conocimiento profundo acerca de conceptos y procedimientos matemáticos representados en un esquema de trabajo

<sup>7</sup> Disponible en: <http://www.nagb.org/publications/frameworks/math-framework09.pdf>

Los últimos resultados publicados de 12° grado corresponden a 2009, y muestran una mejora con respecto al 2005 ya que el 64% de los alumnos norteamericanos se encuentran en nivel básico, lo que representa tres puntos porcentuales arriba del estudio anterior. La población que alcanza el nivel avanzado sigue siendo reducida,<sup>8</sup> pero se empiezan a confirmar datos relacionados con las variables que favorecen el desarrollo de las habilidades matemáticas, como son la escolaridad de los padres, la asistencia a cursos especiales de la asignatura y, sobre todo, las metas de largo plazo de los estudiantes, pues quienes planean continuar su educación al salir del bachillerato son los que obtienen mejores resultados.

### ***Programme for International Student Assessment (PISA)***

Una de las experiencias internacionales de mayor difusión en materia de evaluación de habilidades matemáticas la constituye el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, conocido en la mayoría de las naciones por sus siglas en inglés: PISA. Este programa nació como un esfuerzo de la OCDE por establecer indicadores del nivel educativo de la sociedad a través de la medición del capital educativo.

PISA conceptualiza la variable de capital educativo como un conjunto de conocimientos, competencias y destrezas, entre otros rasgos, que los ciudadanos deben poseer para su desarrollo personal y contribuir así con el desarrollo socioeconómico de una nación.

A partir de su planteamiento original en 1997, la prueba PISA se ha aplicado en cuatro ocasiones cada tres años desde el 2000 a muestras de jóvenes de entre 15 años y tres meses y 16 años y dos meses al realizar la aplicación, sin importar el nivel escolar en el que se encuentren.

La aplicación de 2003 estuvo enfocada a la competencia matemática, mientras que en los otros años se ha hecho hincapié en las ciencias y en la habilidad lectora. El objetivo de PISA es recolectar una muestra de datos de todas las áreas

<sup>8</sup> Datos disponibles en: [http://nationsreportcard.gov/grade12\\_2009\\_report/](http://nationsreportcard.gov/grade12_2009_report/)

en cada aplicación y ser más exhaustivo en alguna de ellas para aportar análisis más profundos.

La población evaluada por PISA es seleccionada de manera aleatoria, conformando muestras de 4,500 a 10,000 alumnos en cada país participante. Las naciones pueden solicitar que se incluyan muestras más extensas para establecer comparaciones regionales, como fue el caso de México que en 2006 contribuyó con 30,971 estudiantes.

Esta es la definición más general de competencia matemática en que se basan las pruebas PISA: *conjunto de capacidades para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando se enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones* (OCDE, 2005). El marco conceptual que sustenta la prueba establece como prioridad de la formación de los estudiantes a la alfabetización matemática, de modo que las capacidades involucradas sean aprovechadas en la resolución de situaciones tanto académicas como cotidianas; además, la información de desempeño se relaciona con la obtenida mediante cuestionarios de contexto que preguntan acerca de las características de los planteles educativos, las prácticas docentes, aspectos familiares, actitudes y familiaridad con las tecnologías de la información. Esto representa una ventaja en la utilización de los resultados de PISA, ya que son congruentes con una orientación pedagógica socio-funcional, lo que permite tomarlos como referencia para la retroalimentación de los sistemas educativos y no solamente como medio de comparación.

PISA evalúa grupos de capacidades matemáticas que incluyen el razonamiento cualitativo o espacial, la cuantificación, la estimación, entre otras, todas ellas etiquetadas como parte de procesos de reproducción, conexión y reflexión. Los grupos de capacidades comparten características y procesos cognitivos que se sobreponen entre ellos, y que sería imposible medir individualmente.<sup>9</sup> Esto se debe a que cada vez que un individuo se enfrenta con un problema matemático es necesario utilizar una combinación de dichas capacidades.

---

<sup>9</sup> Las descripciones en español de las capacidades específicas se pueden consultar en el *Marco de evaluación PISA 2006*, disponible en <http://www.oecd.org/>

Los problemas que presenta el examen están asociados a cuatro contenidos matemáticos: espacio y forma, cambios y relaciones, cantidad e incertidumbre. Los reactivos pueden ser de opción múltiple o de respuesta construida, y cada sustentante resuelve en promedio 65 ítems combinando matemáticas, lectura y ciencias. Si cada estudiante resolviera el instrumento en su totalidad, requeriría de siete horas de trabajo, por lo que la aplicación es matricial y reduce el tiempo de aplicación a dos horas.

Los resultados de la prueba permiten conocer el nivel en que se encuentran los alumnos de los países evaluados y comparar su avance en el contexto internacional para identificar las mejores políticas socioeconómicas y educativas. Para matemáticas, la prueba muestra seis niveles de competencia, los cuales describen las habilidades que tienen los estudiantes en su último ciclo escolar básico (ya que 15 años es la edad promedio en que los alumnos se encuentran en este ciclo).

PISA publica los promedios de las puntuaciones netas de los sustentantes de las naciones participantes, así como una descripción de los niveles de competencia en la cual se ubican los sustentantes de acuerdo con su puntuación:<sup>10</sup>

- Debajo del nivel 1 (menos de 357 puntos)
- Nivel 1 (de 357 a 420): Son capaces de resolver tareas en contextos familiares, donde las variables se presentan de forma bien definida
- Nivel 2 (de 421 a 482): Pueden resolver problemas en contextos que requieren solo una referencia directa. Pueden extraer información relevante y expresar los resultados en forma textual
- Nivel 3 (de 483 a 543): Son capaces de seguir procedimientos expresados en forma clara, utilizar estrategias simples para dar solución a un problema y reportar los resultados y las interpretaciones de los mismos

<sup>10</sup> Información disponible en: <http://pisacountry.acer.edu.au/>

- Nivel 4 (de 544 a 606): Pueden aplicar modelos de solución explícitos de manera flexible y utilizar más de un tipo de variable para resolver tareas complejas, así como construir y comunicar explicaciones a los argumentos e interpretaciones que dan a sus resultados
- Nivel 5 (607 a 669): Pueden proponer, evaluar y construir modelos complejos para resolver situaciones, justificar sus reflexiones. Asimismo, entienden el lenguaje simbólico y lo traducen en lenguaje concreto
- Nivel 6 (mayor a 669 puntos): Son capaces de poner en práctica un razonamiento matemático avanzado. Aplican información obtenida a través de sus propios procedimientos para dar solución a problemas complejos. Pueden generar modelos y estrategias de resolución novedosas a partir de la información que poseen.

Si bien la aplicación de 2009 se concentró en la evaluación de la habilidad lectora, también se encuentran disponibles datos relacionados con las competencias matemáticas.<sup>11</sup> Singapur, Corea del Sur y la provincia china de Shangai ocupan los primeros lugares en las tres áreas de evaluación. En cuanto a México, el reporte de resultados enfatiza que a pesar de las mejoras generales, aproximadamente 51% de los estudiantes mexicanos se encuentran debajo del tercer nivel de competencia, lo cual quiere decir que solo manejan matemáticas básicas, operaciones secuenciales y pueden reportar sus interpretaciones de manera simple. Estos y otros datos permiten mantener la conclusión de Hopkins *et al.* (2007) respecto a que la mayoría de los estudiantes evaluados en el país carecen de habilidades avanzadas y se encuentran por debajo del promedio del resto de los participantes y miembros de la OCDE.

Entre otros factores que PISA ha detectado como influyentes en el desarrollo de la habilidad matemática están la historia escolar de los padres, la calidad de los centros educativos y el entorno socioeconómico. Sin embargo, en 2009

<sup>11</sup> <http://www.oecd.org/dataoecd/34/60/46619703.pdf>

se puso en duda la hipótesis de que los indicadores macroeconómicos de una nación podían predecir el éxito de sus estudiantes, ya que países con un PIB por debajo del promedio exhibieron buenos resultados. Otro hallazgo importante de PISA es que el contexto socioeconómico de origen del estudiante no es tan importante para predecir su nivel de logro, como sí lo es el escolar (OCDE, 2009).

## Evaluaciones en México

### *Examen para la Acreditación de Conocimientos Equivalentes al Bachillerato General, Acuerdo 286*

Durante los últimos 10 años, en México se ha aplicado el Examen para la Acreditación de Conocimientos Equivalentes al Bachillerato General, vía Acuerdo 286. La instancia responsable de desarrollar dicha prueba es el Ceneval.

La Secretaría de Educación Pública estableció un acuerdo en el año 2000 por el cual las personas con 25 años cumplidos, que no hayan podido terminar su educación media superior, pueden acreditar sus conocimientos equivalentes a este nivel educativo por medio de una prueba estandarizada. Desde 2006, el examen, que es conocido en sitios electrónicos como ACREDITA-BACH, puede ser presentado por personas con 21 años cumplidos gracias al Acuerdo 379 que complementa al documento legal anterior.

A partir de la Reforma Integral de la Educación Media Superior impulsada por la SEP en 2008, la educación media superior en México se adaptó a las tendencias educativas de los últimos años, y trazó un marco curricular por competencias. En consecuencia, la prueba se adaptó para medir conocimientos, habilidades y destrezas equivalentes a las competencias disciplinares básicas que se deben adquirir durante el bachillerato general, de acuerdo con el Marco Curricular Común.

El examen evalúa los cuatro ejes de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (comunicación, matemáticas, ciencias sociales y ciencias experimentales), de las cuales las matemáticas constituyen 34% del contenido

e la prueba. La evaluación es criterial e incluye la calificación de reactivos de opción múltiple y de una prueba escrita.

En el marco conceptual del Acuerdo 286, el concepto de competencia en matemáticas es el siguiente: *Capacidad de un individuo para aplicar, sintetizar y evaluar matemáticamente su entorno, haciendo uso de su creatividad y de un pensamiento lógico y crítico que le permita solucionar problemas cuantitativos, con diferentes herramientas matemáticas* (Ceneval, 2010a). Dicha definición está basada en las ocho competencias básicas descritas por Niss (1999). Las preguntas en el área de matemáticas están orientadas a evaluar la creatividad, el pensamiento lógico y crítico del individuo, y se clasifican en apartados categorizados como competencias para la construcción, solución o interpretación de modelos matemáticos.

Los resultados de la prueba presentan la calificación del sustentante en cada área, además de entregar un resultado global que puede ubicarse en una de cuatro categorías: sobresaliente, superior, suficiente o no suficiente. Las puntuaciones de cada escala van en un intervalo entre 700 y 1,300 puntos (ICNE, Índice Ceneval), considerándose 1,000 como puntaje mínimo aprobatorio.

El examen es de alto impacto puesto que los sustentantes que obtienen un nivel suficiente o mayor reciben su certificado de bachillerato. En 2009, de un total de 54,402 sustentantes que aplicaron el examen del Acuerdo 286 solo 24,504 lo aprobaron, lo que representa un índice de aprobación menor al 50%. En general, esto refleja que la mayoría de la población objetivo de esta prueba no cuenta aún con las competencias generales necesarias para su desarrollo profesional y académico, incluyendo las habilidades matemáticas.

### **Evaluación Nacional de Logro Académico (ENLACE)**

En 2006, la SEP comenzó con la aplicación de la prueba ENLACE cuya finalidad es contribuir a la evaluación del nivel educativo básico. La prueba es de tipo diagnóstico y mide el nivel de dominio de los estudiantes desde 3° de primaria y hasta secundaria, en temas y contenidos de asignaturas como matemáticas y español.

A partir de 2008, cada aplicación incluye además una evaluación adicional. En primera instancia se obtuvieron datos para el área de Ciencias, y en 2009

se inició con la rotación de campos disciplinares correspondientes a las Ciencias Sociales, entre ellos Formación cívica y ética (2009) e Historia (2010). Se tiene previsto evaluar Geografía en 2011 para después repetir la medición en Ciencias.

Los perfiles de la prueba correspondientes a secundaria fueron modificados en los últimos dos años para responder a la reforma educativa que experimentó este tramo de la educación básica,<sup>12</sup> de modo que fuera posible elaborar una prueba adecuada para cada grado (1º, 2º y 3º). Anteriormente solo se evaluaba al alumnado de tercero de secundaria, concentrando en una evaluación todos los contenidos importantes de los tres años.

ENLACE es una prueba de aplicación censal de carácter diagnóstico que proporciona un reporte de resultados a cada alumno. La prueba evalúa una muestra representativa de los contenidos curriculares de los grados educativos específicos por medio de reactivos de opción múltiple.

Las puntuaciones de la prueba van de 200 a 800 puntos con una media de 500. Estas puntuaciones dependen de la dificultad de los reactivos y ubican a cada sustentante en uno de cuatro niveles de dominio: insuficiente, elemental, bueno y excelente.

En la primera evaluación de secundaria (2006), los resultados de matemáticas ubicaron a 61.1% de los alumnos en el nivel insuficiente, 34.7% en el nivel elemental y solo 3.8% en el bueno o excelente. Para 2007, la proporción de sustentantes en el nivel más bajo disminuyó a 57.1%, mientras que en el elemental aumentó a 37.3%. Tan solo 5.6% alcanzó los niveles más altos.

La evaluación del 2009 y 2010, específicamente la de los alumnos de 3º de secundaria, mostró continuidad en la tendencia que se había notado en los resultados, ya que en 2009 el 54.5% de los sustentantes se encontraron en el nivel insuficiente, 36.1% en el elemental y 9.5% se distribuyeron entre bueno y excelente. En 2010 los estudiantes en nivel insuficiente se redujeron a 50.9%, mientras que en el nivel bueno y excelente se ubicó 11.2% de la población evaluada.

<sup>12</sup> Documento base disponible en <http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/doc/docbase.pdf>

Aunque la prueba de 2009 y la de 2010 no son equiparables con sus predecesoras debido a las modificaciones en el perfil, se puede decir que es necesario reforzar las estrategias de mejora para la educación en México, procurando que tengan impacto a corto, mediano y largo plazos.

Dichas estrategias incluyen la promoción de políticas públicas que se apoyan en cuestionarios de contexto aplicados anualmente a directivos, maestros, alumnos y padres de familia. Con ellos se obtienen datos relacionados con el contexto sociocultural de la escuela, los factores que influyen en el proceso enseñanza-aprendizaje, hábitos de estudio del contexto familiar, ambiente del aula, organización escolar, estrategias pedagógicas y recursos materiales y humanos, entre otros.<sup>13</sup> ■■

---

<sup>13</sup> La información de la prueba, así como los resultados y el uso de los cuestionarios de contexto se encuentran disponibles en <http://enlacebasica.sep.gob.mx>

A partir de 2008 la prueba ENLACE se aplica anualmente a los alumnos del último grado de bachillerato para conocer en qué medida son capaces de aplicar en situaciones del mundo real los conocimientos y habilidades básicos adquiridos a lo largo de la educación media superior, que les permiten hacer un uso apropiado de la lengua y de las matemáticas.

La aplicación de ENLACE Media Superior es censal y genera información diagnóstica que permite a cada estudiante contar con un reporte de resultados que le indica su nivel de desempeño tanto en Habilidad lectora como en Habilidad matemática. Los datos son también una fuente de retroalimentación para los docentes, padres y directivos, por lo que los resultados se hacen públicos todos los años.

Para maximizar la validez de las interpretaciones y asegurar la objetividad de la prueba, esta se aplica y califica de manera estandarizada, es decir bajo las mismas condiciones para todos los sustentantes. Además, los reactivos que constituyen ENLACE Media Superior son de opción múltiple, con una respuesta correcta y tres distractores, lo que facilita la calificación y brinda oportunidades innumerables para explorar diferentes niveles de conocimiento.

Entre otras características, la evaluación es de tipo criterial, de bajo impacto y de baja sensibilidad a la instrucción, esto último porque no se alinea a ningún currículo ya que evalúa habilidades generales. La Habilidad lectora y la Habilidad matemática tienen la cualidad de ser transversales, así que se desarrollan a lo largo de la vida académica y son susceptibles de ser transferidas a una enorme diversidad de contextos, de ahí que se les identifique como habilidades para la vida.

Los resultados nacionales, regionales e individuales para cada una de las habilidades se indican en los mismos niveles de dominio que ENLACE Básica: insuficiente, elemental, bueno y excelente. De manera adicional, los estudiantes, docentes y la comunidad en general pueden consultar en internet los reactivos de la prueba para conocer las fortalezas y debilidades que cada uno de ellos evalúa.

Además de la prueba operativa, anualmente se aplican cuestionarios de contexto que reportan características que pueden influir en el rendimiento escolar; estos factores se relacionan con aspectos familiares, laborales, socio-culturales, infraestructura escolar, planta docente y cantidad de alumnos en la escuela, entre otros.

La prueba ENLACE Media Superior se elaboró con base en la Metodología Ceneval que consiste en ocho fases integradas por diversos procesos acordes con estándares de calidad nacionales e internacionales (v. Manual Técnico de la prueba, Ceneval, 2010b). Durante todo el proceso se cuenta con el apoyo de cuerpos colegiados externos provenientes de instituciones y organizaciones, así como expertos independientes encargados de desarrollar las actividades y validar los productos que van conformando la estrategia de evaluación.

El primer paso para elaborar una prueba es el diseño, el cual es responsabilidad de diferentes cuerpos colegiados que toman decisiones concernientes a las características de la prueba, de acuerdo con los requerimientos de la instancia que hizo la petición al Ceneval. Los comités académicos de diseño sesionan los días que sea necesario para llegar a acuerdos en cuanto a los contenidos que debe evaluar la prueba, el estilo y presentación de información con que es ideal hacerlo, así como la cantidad de reactivos que contendrá el instrumento. En el caso de ENLACE Media Superior se pidió a especialistas en docencia y en el nivel medio superior que establecieran una definición operacional para el constructo de Habilidad matemática, y a partir de ella, determinaran contenidos matemáticos y niveles de complejidad en que estos debieran ser evaluados. Para asegurar la objetividad de la evaluación, los comités redactan enunciados que expresan con claridad las tareas que el sustentante debe mostrar que es capaz de hacer en cada reactivo si es que posee el desarrollo esperado en sus habilidades. Debido a que dicha habilidad se caracteriza por su progresión en complejidad ya que existen tareas matemáticas que requieren de haber dominado otras de menor dificultad, se puso especial cuidado en establecer un número equilibrado y suficiente de ítems de cada nivel de complejidad, de modo que la

estructura de la prueba asegure que se está evaluando lo que se definió como Habilidad matemática.

Todas las actividades son revisadas por un Consejo Técnico que asegura la calidad y pertinencia de las definiciones del objeto de medida, el Perfil Referencial, así como más tarde de su instrumentación, el análisis de los resultados y el mantenimiento de la prueba.

Una vez que se tiene definida la estructura de la prueba, la siguiente fase es la de construcción. Se convoca a diferentes comités académicos para elaborar las especificaciones de la prueba (enunciados pequeños que señalan claramente las acciones que se quieren evaluar en los sustentantes) y elaborar los reactivos; también se convoca a comités de validación que revisan y perfeccionan el trabajo de los otros grupos de trabajo. Todos estos comités se conforman por docentes de bachillerato y especialistas en las áreas de conocimiento que involucra la prueba.

Ya que están validados, los reactivos se pilotean con una muestra de sustentantes con características similares a la población a la que está dirigida la prueba; posteriormente se realiza la calibración de los reactivos, lo que implica diversos análisis estadísticos para valorar su comportamiento en cuanto a dificultad y discriminación antes de seleccionar aquellos que se incluyen en el cuadernillo que se aplica a la población objetivo.

Antes de su aplicación, la versión operativa de la prueba se somete a revisiones editoriales tanto dentro como fuera de Ceneval para asegurar la calidad en contenido y forma. Las siguientes etapas de la metodología Ceneval incluyen la aplicación, calificación y mantenimiento de la prueba que, en el caso de ENLACE Media Superior, se coordinan con autoridades de la Subsecretaría de Educación Media Superior.

El aspecto más importante en cuanto al mantenimiento del instrumento ha sido su adaptación a la Reforma Integral de la Educación Media Superior, lo cual ha resultado relativamente sencillo puesto que las competencias básicas que se señalan como parte del perfil del egresado en el campo de las Matemáticas, coinciden con el enfoque sociofuncional de la prueba ENLACE Media Superior.

En los siguientes apartados se explica detalladamente el Perfil Referencial de ENLACE Media Superior para el campo de matemáticas, el cual se organizó de manera sistemática, por un lado, a través de los contenidos matemáticos que engloban los temas o elementos conceptuales en los que un estudiante debe basarse para resolver un problema y, por el otro, con los procesos matemáticos en los que se agrupan las tareas cognitivas que el estudiante utiliza para responder un cuestionamiento o solucionar un problema.

## Definición de Habilidad matemática

Para establecer el constructo identificado como Habilidad matemática se tomó en consideración la definición que establece la prueba PISA: *aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzando razonamientos bien fundados, utilizando y participando en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo* (OCDE, 2006).

Dicha definición implica que aquella persona con un buen desarrollo de su Habilidad matemática es capaz de valorar el papel que juegan las matemáticas en su vida y, de esa forma, aplicarlas en la solución de problemas en diferentes contextos.

Para conjugar este concepto con las intenciones de la Reforma Integral de la Educación Media Superior, y tomando en consideración las características psicométricas de la prueba, la evaluación del campo de matemáticas que realiza ENLACE se basa en la siguiente definición:

- Capacidad de un individuo para identificar, interpretar, aplicar, sintetizar y evaluar matemáticamente su entorno, haciendo uso de su creatividad y de un pensamiento lógico y crítico que le permita solucionar problemas cuantitativos, con diferentes herramientas matemáticas.

## Contenidos

Para afirmar que un sustentante posee cierto nivel de Habilidad matemática al terminar su educación media superior, este debe conocer y manejar cuatro contenidos matemáticos generales: cantidad, espacio y forma, cambios y relaciones, y matemáticas básicas. Su descripción es la siguiente:

- *Cambios y relaciones.* Implica reconocer, describir y modelar de forma numérica, algebraica y gráfica las relaciones o funciones temporales y permanentes entre fenómenos. Prevé la necesidad de tomar decisiones a partir del análisis de los datos, representaciones de experimentos aleatorios y juegos de azar.
- *Cantidad.* Subraya la necesidad de cuantificar para proceder a describir el entorno. Incluye aquellos conceptos involucrados en la comprensión y orden de tamaños relativos, reconocimiento de patrones numéricos, uso de números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetos del mundo real.
- *Espacio y forma.* Señala la necesidad de reconocer patrones, imágenes, ubicaciones, movimientos o cualidades de los objetos que ocupan un lugar en el espacio, así como codificar y decodificar información de estos en contextos concretos (imágenes) y abstractos (descripciones).
- *Matemáticas básicas.* Implica reconocer, describir y modelar objetos geométricos a partir de representaciones algebraicas; además, considera el estudio de las relaciones entre los ángulos y los lados de un triángulo valiéndose de funciones o razones.

Los contenidos de la prueba ENLACE Media Superior retoman tres de las cuatro categorías temáticas que evalúa PISA, sustituyendo el rubro de Incertidumbre (que se refiere a problemas de probabilidad y estadística) por el de Matemáticas Básicas, que incluye este tipo de situaciones pero se centra en problemas complejos de geometría, álgebra y trigonometría.

## Grupos de procesos cognitivos

La estrategia de evaluación de la prueba ENLACE Media Superior retomó la literatura disponible en el tema de la Habilidad matemática que ya ha sido reseñada en este cuadernillo. Se consideró prioritario construir un modelo taxonómico que reflejara la estructura jerárquica de las tareas matemáticas, tanto para facilitar la elaboración de los reactivos como para asegurar que su distribución le diera validez a la medición del constructo de Habilidad matemática como el de una habilidad para la vida que se va perfeccionando de manera progresiva.

Al modelo de evaluación de PISA se le hicieron las modificaciones necesarias para adaptarlo a los contenidos matemáticos que evalúa ENLACE Media Superior. Cada uno de los grupos de procesos –Reproducción, Conexión y Reflexión– se subdividió en tres niveles de complejidad, en congruencia con la intención de generar diferentes grados de dominio en la calificación.

Para poder resolver los problemas matemáticos planteados en la prueba es necesario que los alumnos activen una serie de conocimientos y habilidades adquiridos a lo largo de su trayectoria escolar y de su vida social. Entre los autores que hablan de las capacidades matemáticas se encuentran Niss (1999) y Neubrand (2001, citado en OCDE, 2006).

La prueba ENLACE Media Superior retoma cinco de las ocho capacidades definidas por Niss (1999), identificando aquellas que pueden estar involucradas en la resolución de reactivos de opción múltiple, que son los característicos de la prueba. Las capacidades que pueden estar implicadas en la solución de ese tipo de reactivos son:

1. *Pensamiento y razonamiento.* Comprender el alcance y las limitaciones de los conceptos matemáticos dados, y emplearlos como medios de solución de problemas en diferentes contextos.
2. *Construcción de modelos.* Analizar, traducir, validar y estructurar modelos matemáticos a partir de situaciones problemáticas, reales o simuladas.

3. *Formulación y resolución de problemas.* Traducir los elementos de problemas a una representación y resolver los problemas mediante el uso de herramientas matemáticas.
4. *Representación.* Seleccionar, diferenciar, combinar y traducir diferentes formas de representación de objetos matemáticos.
5. *Uso de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico.* Traducir del lenguaje simbólico/formal al lenguaje natural; manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos (OCDE, 2006).

El hecho de que un problema pueda ser solucionado de diferentes formas o que al resolverlo se utilicen varias herramientas cognitivas de manera simultánea, provoca dificultades en la evaluación de cada una de las capacidades mencionadas, así que estas se agruparon en tres categorías o procesos. La resolución de los problemas asociados a estos procesos evidencia, en cada caso, el nivel de competencia alcanzado por los sustentantes, por lo que la definición del modelo taxonómico depende principalmente de las características de las tareas y del tipo de problemas que se pueden solucionar aprovechando los recursos cognitivos asociados a cada grupo de procesos.

Los grupos de procesos matemáticos son: Reproducción, Conexión y Reflexión. En los reactivos que corresponden al primer proceso, los estudiantes deben hacer una matematización puramente vertical, mientras que en los que corresponden a los procesos de Conexión y Reflexión tendrán que utilizar tanto la matematización horizontal como la vertical.

- *Reproducción.* Las habilidades de este grupo incluyen tareas que permiten determinar si el sustentante conoce y aplica la técnica matemática. Implica esencialmente utilizar conocimientos y procedimientos matemáticos a problemas directos, reconocer equivalencias, utilizar objetos y propiedades matemáticas, así como manejar representaciones numéricas, simbólicas y gráficas.

- *Conexión.* Las habilidades del grupo de conexión incluyen problemas que no son directos; es decir, se presentan a partir del planteamiento de problemas sencillos retomados de la vida real. Los problemas de este tipo plantean exigencias en su interpretación y requieren que el sustentante reconozca la técnica matemática por utilizar, con el fin de solucionar problemas que impliquen equivalencias, uso de propiedades matemáticas y empleo de representaciones numéricas, simbólicas y gráficas.
- *Reflexión.* Las habilidades del grupo de reflexión incluyen problemas que no son directos; es decir, se presentan a partir de situaciones complejas retomadas de la vida real en las cuales se hace uso de más de una forma de representación de información (textual, numérica, simbólica o gráfica). Los problemas de este tipo plantean exigencias en su interpretación y requieren que el sustentante reconozca la técnica matemática por utilizar, establezca relaciones, combine e integre información entre distintas formas de representación o diferentes aspectos de una situación y que utilice más de un paso o proceso, con el afán de solucionar un problema.

Las definiciones de los procesos describen puntualmente conocimientos, actividades y tareas cognoscitivas progresivamente más sofisticadas. Por ello, en teoría, debiera ser más fácil para los sustentantes contestar un reactivo del proceso de reproducción que uno de conexión, ya que el nivel de complejidad va aumentando de un proceso a otro.

Hasta ahora, los resultados de las aplicaciones han mostrado que otros aspectos influyen en la dificultad del reactivo, a saber: la tarea o contenido específico que se evalúa, la familiaridad que se tiene con estos, la práctica, la cercanía o lejanía entre el momento en que fueron aprendidos y evaluados, entre otros. Aun así, un punto de partida congruente con las investigaciones vigentes brinda un marco conceptual adecuado para interpretar los resultados de la prueba año con año.

Entre otras cosas, se ha encontrado que la resolución de un problema similar en contenido y grupo de procesos, por ejemplo, un cálculo de perímetro

presentado en una situación cotidiana (correspondería al grupo de Conexión), resulta más sencillo para el sustentante cuando se le indica directamente que debe utilizar las fórmulas del perímetro, que cuando este tiene que deducir la técnica matemática que necesita aplicar (por ejemplo, cuando el problema solo menciona que ha de calcularse la cantidad de material para cercar un terreno).

Hallazgos como estos brindan validez al diseño de la prueba ENLACE Media Superior, en particular en cuanto a la definición de niveles de complejidad que se hizo dentro de los mismos grupos de procesos. Esto tiene consecuencias en el ensamble de la prueba, ya que es prioritario presentar reactivos de cada uno de los niveles, de modo que se pueda hacer más fina la evaluación y la ubicación de los sustentantes en las diferentes categorías de calificación.

### ***Niveles de complejidad de los procesos***

Para asegurar que la evaluación presenta reactivos con distintos niveles de complejidad y que la prueba mide la progresión de la habilidad matemática, para cada grupo de procesos cognitivos se establecieron, de manera escalonada, diferentes tareas que deben exigir los reactivos clasificados en tres niveles de dificultad.

Todos los reactivos ubicados en el grupo de procesos de Reproducción se caracterizan por requerir resolución de tareas directas; además, los contextos en que estas se presentan son similares a los que se utilizan en el aula para enseñar y practicar los contenidos. El factor que diferencia si el reactivo es de nivel 1, 2 o 3 es la cantidad de pasos o cálculos matemáticos que debe realizar el sustentante para llegar a la solución. Los reactivos más difíciles en este grupo de procesos deben requerir además la aplicación de modelos establecidos para la resolución de problemas.

Los ítems que evalúa el grupo de procesos de Conexión se distinguen de los anteriores porque los problemas por resolver se desprenden de situaciones cotidianas; en los dos primeros niveles se indica de forma directa la tarea que se debe realizar, pero en el tercer nivel es necesario que el sustentante identifique las técnicas matemáticas que le permitirán encontrar la respuesta, las cuales deben requerir por lo menos cuatro cálculos o procesos matemáticos,

ya sea operaciones básicas, decodificación/recodificación de modelos e identificación de elementos faltantes, entre otros.

La evaluación de habilidades matemáticas más desarrolladas se alcanza con los reactivos del grupo de procesos de Reflexión, en los cuales el sustentante debe reconocer las técnicas matemáticas necesarias ya que el planteamiento pide responder una pregunta, mas no indica cómo llegar a la respuesta. Además, todos los ítems de Reflexión requieren que el sustentante transite entre formas de representación, por ejemplo, que traduzca datos que se presentan de manera gráfica y elija una solución numérica, o que trabaje con información textual y exprese el resultado final en tablas o imágenes. La progresión de los tres niveles se define por la cantidad de variables que debe tomar en cuenta el sustentante para plantearse los cálculos o procesos matemáticos antes de llegar a la solución.

## Aplicación

La prueba se aplica a los estudiantes que cursan el último grado de Educación Media Superior en instituciones educativas de carácter público, federal y estatal, en los planteles particulares con reconocimiento de validez oficial otorgado por la SEP o por las entidades federativas, así como en instituciones de carácter autónomo y escuelas particulares incorporadas.

La aplicación de la prueba está a cargo de la DGEP-SEP, que cuenta con el apoyo de los titulares de las Áreas Estatales de Evaluación de cada entidad federativa, responsables de elaborar y coordinar la estrategia de aplicación. Además, los representantes estatales de la Subsecretaría de Educación Media Superior y los titulares de las Oficinas de Servicios Federales de Apoyo a la Educación en las entidades federativas participan supervisando la logística de la aplicación.

A su vez, coordinadores regionales, responsables de la logística del nivel o región asignados y coordinadores de la aplicación para cada plantel, deben asegurar que las pruebas se apliquen de acuerdo con la normativa.

En la evaluación participan padres de familia invitados previamente por los directores de los planteles, así como observadores externos que verifican que la aplicación se realice de forma adecuada.

En la siguiente tabla se presenta el número de sustentantes que han presentado la prueba en los tres años de aplicación, así como el número de escuelas participantes.

▣ Tabla 4. Sustentantes y escuelas participantes ENLACE MS 2008-2010

	2008	2009	2010
Sustentantes	808,346	835,741	884,663
Escuela	11,007	11,716	12,246

### Calificación: Niveles de dominio

Dado que la prueba ENLACE Media Superior es de tipo criterial y pretende dar un diagnóstico de habilidades, diferentes grupos de jueces discuten y llegan a acuerdos respecto a los requerimientos cognitivos mínimos que caracterizan al alumnado de acuerdo con su nivel de desarrollo en la Habilidad matemática, así también definen las tareas que deben ser capaces de realizar.

La clasificación en cada uno de los niveles representa un beneficio adicional a la presentación de una puntuación, entre otras cosas porque añade un componente fundamentalmente cualitativo a la evaluación, pues cada uno de los niveles se acompaña de una descripción que explica las fortalezas y las debilidades del sustentante.

A continuación se presentan las definiciones de los niveles de dominio en Habilidad matemática para la prueba ENLACE Media Superior. En su descripción se tomó en consideración la literatura que concierne a la progresión de dificultad que caracteriza a las tareas matemáticas, así como las especificaciones de la prueba que constituyen el referente principal en la construcción de los ítems que la conforman. Los niveles de complejidad de los grupos de procesos también guiaron este proceso.

- *Insuficiente:* Solo resuelve problemas donde la tarea se presenta directamente. Identifica información en esquemas o gráficas y realiza estimaciones. Efectúa sumas y restas con números enteros y traduce del lenguaje común al algebraico. Resuelve problemas en los que se requiere identificar figuras planas y tridimensionales.
- *Elemental:* Realiza multiplicaciones y divisiones con números enteros, y sumas que los combinan con números fraccionarios. Calcula porcentajes, utiliza fracciones equivalentes, ordena y compara información numérica. Establece relaciones entre variables y resuelve problemas que combinan datos en tablas y gráficas. Aplica conceptos simples de probabilidad y estadística. Construye expresiones equivalentes a una ecuación algebraica y resuelve ejercicios con sistemas de ecuaciones lineales. Maneja conceptos sencillos de simetría y resuelve problemas que involucran un razonamiento viso-espacial.
- *Buena:* Resuelve problemas que involucran más de un procedimiento. Realiza multiplicaciones y divisiones combinando números enteros y fraccionarios. Calcula raíz cuadrada, razones y proporciones, y resuelve problemas con números mixtos. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural y resuelve los sistemas de ecuaciones que las representan. Identifica funciones a partir de sus gráficas para estimar el comportamiento de un fenómeno. Construye una figura tridimensional a partir de otras e identifica características de una figura transformada. Utiliza

fórmulas para calcular superficies y volumen, y reconoce los elementos de una cónica a partir de su representación gráfica.

- *Excelente:* Emplea operaciones con fracciones para solucionar problemas y resuelve combinaciones con signos de agrupación. Convierte cantidad de sistema decimal a sexagesimal. Identifica la relación existente entre gráficas y funciones lineales o cuadráticas, y expresa algebraicamente una representación gráfica. Aplica conceptos avanzados de probabilidad. Soluciona problemas con series de imágenes tridimensionales y aplica conceptos de simetría. Utiliza fórmulas para calcular el perímetro de composiciones geométricas. Determina los valores de los elementos de la circunferencia, la parábola y la elipse a partir de su ecuación y viceversa; identifica la ecuación de una recta a partir de sus elementos y la aplica para encontrar la distancia entre dos puntos. Soluciona problemas donde se aplican funciones y leyes trigonométricas.

## Resultados 2008-2010

Los resultados de la prueba ENLACE Media Superior están disponibles en la página de internet de <http://enlace.sep.gob.mx/ms/> con ligas a los reportes por alumno, por escuela y los resultados nacionales. En la página electrónica se pueden revisar, durante todo el año, las características generales de la prueba, las fechas de aplicación y noticias relacionadas con la prueba. También se pueden consultar los reactivos que fueron usados en la última aplicación de ENLACE Media Superior.

Cualquier consulta debe hacerse considerando el propósito para el que fue diseñada la prueba: brindar un diagnóstico individual y general de fortalezas y debilidades en dos habilidades básicas: lectora y matemática. ENLACE Media Superior es una prueba dirigida al alumnado y por sí sola no puede utilizarse para evaluar el sistema educativo, los subsistemas, las escuelas o los docentes. Por todo esto, los resultados solo deben ser usados para

conocer el nivel de dominio de los sustentantes y planear estrategias de estudio, secuencias didácticas, campañas particulares, entre otras, que sean consecuentes con las necesidades que puedan detectarse haciendo uso de los datos. Los resultados que se obtuvieron en las tres primeras aplicaciones se muestran en la tabla 5.

▣▣ **Tabla 5. Resultados aplicación ENLACE 2008-2010.**  
Porcentaje de alumnos por nivel de dominio

	Nivel de dominio	2008 %	2009 %	2010 %
Habilidad matemática	Excelente	3.4	4.8	5.3
	Bueno	12.2	13.9	15.1
	Elemental	37.8	35.1	39.1
	Insuficiente	46.6	46.1	40.6

En la tabla se presentan únicamente los resultados nacionales, pero en la liga <http://enlace.sep.gob.mx/ms/> se pueden consultar los porcentajes para cada entidad federativa, tipo de bachillerato, sostenimiento y grado de marginación. Estas y otras características se utilizan para hacer estudios y tomar decisiones en materia de políticas públicas. ▣▣

La estrategia de evaluación de la prueba ENLACE tiene un propósito principal: proporcionar un diagnóstico de las habilidades del alumnado en cada uno de los constructos que maneja la prueba. Se pretende que esos datos sean útiles para los estudiantes, para sus padres y para los docentes, ya que significan una fuente de retroalimentación que indica las fortalezas y las debilidades de los sustentantes en su Habilidad lectora y su Habilidad matemática. Además, los resultados proveen información valiosa a las autoridades educativas para que, en conjunción con los de otras evaluaciones, se promueva la planificación de acciones que favorezcan la calidad educativa.

Las evaluaciones internacionales han detectado bajos niveles de desempeño en Habilidad matemática en México. En la aplicación de PISA 2009, la mayoría de los estudiantes se ubicaron en el nivel básico en su competencia matemática, lo que indica que únicamente poseen la capacidad de resolver situaciones relacionadas con contextos familiares, en los que está presente toda la información relevante y las preguntas están claramente definidas. Así, son capaces de identificar información y desarrollar procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas.

Al igual que PISA, la prueba ENLACE Media Superior ha arrojado datos en los que se ve claramente la necesidad de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje y de trabajar en conjunto para mejorar el desempeño del alumnado, entre otras cosas porque más de dos tercios de la población se ubican en los niveles elemental e insuficiente en el desarrollo de su Habilidad matemática.

Los resultados de la prueba ENLACE pueden contribuir a la mejora de la educación media superior gracias a que se expresan en niveles de dominio, siempre que estos sean utilizados con cautela. Se deben tener presentes las características de la prueba, evitar la comparación entre centros y sobre todo, organizar actividades en el aula relacionadas con todas las capacidades matemáticas, no solo con los aspectos que se evalúan en el examen. ENLACE Media Superior evalúa únicamente una muestra representativa de los conocimientos y habilidades del constructo evaluado, en particular aquellos que se pueden

evaluar con reactivos de opción múltiple, de modo que basar la promoción y la enseñanza de las matemáticas únicamente en los contenidos y ejercicios característicos de la prueba limitaría el proceso de enseñanza.

Los niveles de dominio en que se describen los resultados de la prueba ofrecen una explicación del diagnóstico obtenido, más allá de una simple puntuación. En consecuencia, sirven para que los centros educativos complementen la información de que disponen –por sus evaluaciones internas–, puesto que los resultados de la prueba ENLACE Media Superior permiten identificar fortalezas y debilidades específicas. A partir del análisis de esa información y de la generada por los propios centros, se pueden concretar propuestas y desplegar las estrategias y recursos necesarios para mejorar las habilidades del alumnado y apoyar su desarrollo integral.

La intención de la prueba ENLACE Media Superior de suprimir las puntuaciones y en su lugar presentar descripciones de actividades, parte fundamentalmente de una concepción de la enseñanza que pone el énfasis en el desarrollo de habilidades para aprender de forma autónoma y dinámica. La descripción de tareas matemáticas progresivamente más complicadas a través de los niveles de dominio, refleja la naturaleza misma de la disciplina que requiere de una construcción paulatina de conocimientos y habilidades soportada en el perfeccionamiento de la aplicación práctica de otros conocimientos y habilidades menos complejos.

Como se ha visto en el presente cuadernillo, el aprendizaje y el desarrollo de la Habilidad matemática se dan de manera progresiva y, dados los niveles de complejidad creciente en las tareas matemáticas y los procesos involucrados para resolver problemas, requieren de una enseñanza estratégica y que tome en cuenta dicha jerarquía. Es deseable que las actividades dentro y fuera del aula no tengan como principal objetivo la simple adquisición de información, sino, por el contrario, que los docentes apliquen técnicas para que –a partir de la participación activa y la construcción dialógica– el alumnado vaya comprendiendo la funcionalidad de cada técnica matemática y la relación con

situaciones cotidianas. Además, el docente debe estar preparado para manejar grupos con estudiantes de diferentes niveles de desempeño, de modo que la participación de todos y la atención personalizada le permita conocer si las fallas del alumnado se deben a que algún concepto o técnica de complejidad menor no ha sido completamente comprendido y, por lo tanto, está afectando la capacidad de alguno o varios estudiantes para la resolución de problemas más difíciles.

Contrario al esquema tradicional, las prácticas pedagógicas y la evaluación de la Habilidad matemática han de centrarse en la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos, más que en su mera memorización o en su mecanización. Es necesario proporcionar a los estudiantes las herramientas para comprender, analizar y buscar estrategias de resolución de problemas. Un individuo que ha sido guiado adecuadamente en el desarrollo de la competencia matemática es capaz de plantear y resolver situaciones representadas de diversas formas, utilizar diferentes estrategias para solucionarlos y comunicar ideas matemáticas mediante explicaciones y generalizaciones de sus resultados.

Entre otras cosas, la Reforma Integral de la Educación Media Superior toma en cuenta dicha aproximación al proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que se centra en la promoción de competencias disciplinares básicas y prevé la necesidad de cursos de capacitación para los docentes; por ejemplo, en cuanto al manejo de estrategias basadas en el concepto de transversalidad y el trabajo en torno a proyectos, la diversificación de prácticas de evaluación a través de portafolios, rúbricas y una gama de metodologías de evaluación de competencias (SEMS, 2008).

Estas y otras innovaciones requieren de un cambio en la cultura educativa de nuestro país. La aplicación del concepto de transversalidad en la enseñanza puede resultar de mucha utilidad para promover el desarrollo de la Habilidad matemática, pero entraña una transformación de los modelos tradicionales pues se requiere que los docentes planeen actividades que combinen áreas de conocimiento. El propósito de la transversalidad es acercar la enseñanza y las

actividades de evaluación a situaciones similares a las de la vida real, por lo que la extrañeza y el miedo que provocan las matemáticas en los estudiantes en general, puede irse disipando cuando ellos se hacen conscientes de su utilidad en todos los campos académicos, laborales y en la vida cotidiana. De igual modo, las propuestas de evaluación deben ser congruentes con el enfoque de la enseñanza socio-funcional y con la estructura jerárquica de las matemáticas, por lo que de acuerdo con el nivel educativo al que estén abocadas, deben centrarse en el tipo de tareas y procesos matemáticos que los sustentantes son capaces de realizar. ■■

- Barrantes C., H. y Araya V., J. (2010). Competencias matemáticas en la enseñanza media. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 5 (6), pp. 39-62.
- Ceneval (2010a). *Guía del examen para la Acreditación de Conocimientos Equivalentes al Bachillerato General. Acuerdo 286 de la SEP*. México: Ceneval 10ª ed.
- Ceneval (2010b). *Manual Técnico de la Prueba: Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares de Educación Media Superior (ENLACE MS)*. En prensa.
- Chemello, G. (2001). *Didácticas especiales*. Buenos Aires: Aiqué.
- COSDAC (2007). *Matemáticas. Programa de Estudio, Reforma Integral del Bachillerato*. México: SEMS.
- Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro. Informe a la Unesco de la Comisión Internacional de Educación para el siglo XXI*. Madrid: Santillana.
- Departamento de Educación del Gobierno Vasco (2009). *Niveles de competencia en la evaluación de diagnóstico*. Disponible en [http://www.ediagnostikoak.net/ediag/cas/item-liberados/ESO\\_definitivo/2E\\_SO\\_definitivo\\_1\\_intro.pdf](http://www.ediagnostikoak.net/ediag/cas/item-liberados/ESO_definitivo/2E_SO_definitivo_1_intro.pdf)
- Díez P., F. (2000). *La Enseñanza de las Matemáticas en la Educación de Personas Adultas, un Modelo Dialógico*. Universidad de Barcelona: España.
- Eves, H. (1990). *An introduction to the History of Mathematics*. NJ: Cengage Learning. [http://www.amazon.com/Introduction-History-Mathematics/30295580#reader\\_0030295580](http://www.amazon.com/Introduction-History-Mathematics/30295580#reader_0030295580)
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Garagorri, X. (2007). Currículum basado en competencias: aproximación al estado de la cuestión. *Aula de innovación educativa*, 161, pp. 47-55.
- Giménez, J. (2006). *Matemática crítica y autoevaluación competencial*. Departamento de Didáctica de les CC Experimentals i la Matemàtica, Universidad de Barcelona. Publicado por el Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia en [http://www.colombiaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113426\\_archivo.pdf](http://www.colombiaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113426_archivo.pdf)
- Hopkins, D.; Ahtaridou, E.; Matthews, P. y Posner, C. (2007). *An Analysis of the Mexican School System in Light of PISA 2006*. Londres: OCDE. Disponible en [http://www.uco.mx/observatorio/reportes/Mex\\_PISA-OCDE,2006.pdf](http://www.uco.mx/observatorio/reportes/Mex_PISA-OCDE,2006.pdf)
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2006). *Aplicación definitiva de PISA 2006*. Documentos técnicos de evaluaciones internacionales. México: INEE. Disponible en [http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Documentos\\_tecnicos/Deestudios\\_internacionales/PISA/informepisa2006.pdf](http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Documentos_tecnicos/Deestudios_internacionales/PISA/informepisa2006.pdf)

- Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa, ISEI-IVEI (2007). *Primer Informe Evaluación PISA 2006. Resultados en Euskadi*. Bilbao: ISEI-EVEI.
- Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad Educativa (2005). *Habilidades para la vida en las evaluaciones de matemática (SERCE-LLECE)*. [http://www.anep.edu.uy/documentos/serce/habilidades\\_matematica.pdf](http://www.anep.edu.uy/documentos/serce/habilidades_matematica.pdf)
- Niss, M. (1995). Las matemáticas en la sociedad. UNO, *Revista de didáctica de las matemáticas*, 6, pp. 45-54.
- Organisation for Economic Cooperation and Development (2003). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.
- Organisation for Economic Cooperation and Development (2009). *PISA 2009 Results: Overcoming social background: Equity in learning opportunities and outcomes*, Disponible en [http://www.oecd.org/document/24/0,3746,en\\_32252351\\_46584327\\_46609752\\_1\\_1\\_1\\_1,00.html](http://www.oecd.org/document/24/0,3746,en_32252351_46584327_46609752_1_1_1_1,00.html)
- Organisation for Economic Cooperation and Development e Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (2003). *Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. París: OCDE.
- Ministerio de Educación de Ecuador (2009). *Actualización y fortalecimiento curricular de la educación básica 2010*. Disponible en <http://www.educarecuador.ec/upload/6to%20anio.pdf>
- Olson, J.F.; Martin, M.O., y Mullis, I.V.S. (Eds.). (2008). *TIMSS 2007 Technical Report*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Pajares, R.; Sanz, A. y Rico, L. (2004). *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Paulos, JA (1988). *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and Its Consequences*. Nueva York: Hill and Wang.
- Pinto, L. (1999). “Currículo por competencias: necesidad de una nueva escuela”. *Tarea*, núm. 43, pp. 10-17.
- Reyes, S.; Castillo, A.; Zúñiga, A. y Llarena, R. (2009). *La evaluación objetiva de la Habilidad lectora en la educación media superior*. Colección Marcos de Referencia. México: Ceneval.
- Subsecretaría de Educación Media Superior (2008). *Competencias genéricas y el perfil del egresado de la educación media superior*. Disponible en [www.sems.gob.mx/aspnv/Competencias\\_Genericas.pdf](http://www.sems.gob.mx/aspnv/Competencias_Genericas.pdf)
- Treffers, A. y Gofree, F. (1985). *Rational Analysis on Realistic Mathematics Education. Proceedings of OME-9*. Utrecht: OW&OC.

El Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior es una asociación civil sin fines de lucro constituida formalmente el 28 de abril de 1994, como consta en la escritura pública número 87036 pasada ante la fe del notario 49 del Distrito Federal. Sus órganos de gobierno son la Asamblea General, el Consejo Directivo y la Dirección General. Su máxima autoridad es la Asamblea General, cuya integración se presenta a continuación, según el sector al que pertenecen los asociados, así como los porcentajes que les corresponden en la toma de decisiones (voto ponderado):

*Asociaciones e instituciones educativas (40%)*: Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior, A.C. (ANUIES); Federación de Instituciones Mexicanas Particulares de Educación Superior, A.C. (FIMPES); Instituto Politécnico Nacional (IPN); Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM); Universidad Autónoma del Estado de México (UAEM); Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP); Universidad Autónoma de Yucatán (UADY); Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM); Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla (UPAEP); Universidad Tecnológica de México (UNITEC).

*Asociaciones y colegios de profesionales (20%)*: Barra Mexicana Colegio de Abogados, A.C.; Colegio Nacional de Actuarios, A.C.; Colegio Nacional de Psicólogos, A.C.; Federación de Colegios y Asociaciones de Médicos Veterinarios y Zootecnistas de México, A.C.; Instituto Mexicano de Contadores Públicos, A.C.

*Organizaciones productivas y sociales (20%)*: Academia de Ingeniería, A.C.; Academia Mexicana de Ciencias, A.C.; Academia Nacional de Medicina, A.C.; Fundación ICA, A.C.

*Autoridades educativas gubernamentales (20%)*: Secretaría de Educación Pública.

- Ceneval, A.C.®, EXANI-I®, EXANI-II® son marcas registradas ante la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial con el número 478968 del 29 de julio de 1994. EGEL®, con el número 628837 del 1 de julio de 1999, y EXANI-III®, con el número 628839 del 1 de julio de 1999.
- Inscrito en el Registro Nacional de Instituciones Científicas y Tecnológicas del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología con el número 506 desde el 10 de marzo de 1995.
- Organismo Certificador acreditado por el Consejo de Normalización y Certificación de Competencia Laboral (CONOCER) (1998).
- Miembro de la International Association for Educational Assessment.
- Miembro de la European Association of Institutional Research.
- Miembro del Consortium for North American Higher Education Collaboration.
- Miembro del Institutional Management for Higher Education de la OCDE.

La publicación de esta obra la realizó  
el Centro Nacional de Evaluación  
para la Educación Superior, A.C.  
Se terminó de imprimir el 7 de febrero de 2012  
en los talleres de Gemo, Viaducto Miguel Alemán 43,  
Col. Tacubaya, México, D.F., C.P. 11870,  
con un tiraje de 800 ejemplares

**MARCOS DE  
REFERENCIA**





CENEVAL®

[www.ceneval.edu.mx](http://www.ceneval.edu.mx)

Una institución técnica  
al servicio de la educación